

Chapitre 3

Divisibilité et Nombres Premiers

Ex :
I3

DSTA

DM3
5/5

I. Choisir la bonne opération

Activité 1

II. Division Euclidienne (entière)

Activité 2

Définition :

a et b désignent deux nombres entiers positifs avec $b \neq 0$.

Effectuer la division euclidienne de a par b signifie déterminer deux nombres entiers positifs

q et r tels que : $a = b \times q + r$ et $r < b$

q s'appelle le quotient entier et r s'appelle le reste.

$$\begin{array}{l|l} a & b \\ r & q \end{array}$$

Annexe 1

Exemple :

Division euclidienne de 377 par 12											
<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"> <p>dividende →</p> <p>reste →</p> </div> <div style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;"> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="text-align: right; padding-right: 5px;">377</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px; text-align: center;">12</td></tr> <tr><td style="text-align: right; padding-right: 5px;">- 36</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right; padding-right: 5px;">17</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px; text-align: center;">31</td></tr> <tr><td style="text-align: right; padding-right: 5px;">- 12</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right; padding-right: 5px;">5</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"></td></tr> </table> </div> <div style="margin-left: 10px;"> <p>diviseur</p> <p>quotient</p> </div> </div> <p style="text-align: center; color: green; margin-top: 10px;">$377 = 12 \times 31 + 5$ avec $5 < 12$</p>	377	12	- 36		17	31	- 12		5		<div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;"> $377 = 12 \times 31 + 5$ </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; text-align: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <p>Dividende</p> </div> <div style="margin-right: 20px;"> <p>Diviseur</p> </div> <div style="margin-right: 20px;"> <p>Quotient</p> </div> <div> <p>Reste</p> </div> </div>
377	12										
- 36											
17	31										
- 12											
5											

Applications :

Activité 3

III. Diviseurs et Multiples d'un nombre entier

1) Définitions

Activité 4

Définition :

Soit a et b deux nombres entiers relatifs, avec b non nul.

Lorsque la division euclidienne de a par b donne un reste nul, on dit que :

- a est un multiple de b
- b est un diviseur de a
- a est divisible par b

Annexe 2

Exemples :

1)

La division euclidienne de 85 par 17 donne $85 = 17 \times 5 + 0$. Le reste est nul.

On dit que :

85 est un multiple
de 17 et de 5.5 et 17
sont des diviseurs de 85.85 est divisible
par 17 et par 5.

2)

20 est un multiple de 1; 2; 4; 5; 10 et 20.

On peut aussi dire que 1; 2; 4; 5; 10 et 20 sont des diviseurs de 20.

Propriété admise :**Un nombre entier strictement supérieur à 1 admet au moins deux diviseurs : 1 et lui-même.**

Remarques :

- ✓ 0 ne divise aucun nombre.
- ✓ Tout nombre est un multiple de 1.

2) Critères de divisibilité**Activité 5****Définition :**

Un critère de divisibilité est une règle qui permet de savoir si un nombre entier a est divisible (ou n'est pas divisible) par un nombre entier b différent de 0, sans effectuer la division.

Annexe 3

Critères de divisibilité admis :

- ✓ Un entier est divisible par 2 lorsque son chiffre des unités est pair.
- ✓ Un entier est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- ✓ Un entier est divisible par 4 lorsque ses deux derniers chiffres sont divisible par 4.
- ✓ Un entier est divisible par 5 lorsque son chiffre des unités est 0 ou 5.
- ✓ Un entier est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- ✓ Un entier est divisible par 10 lorsque son chiffre des unités est 0.

Annexe 4

Exemple :

Le nombre 2 781 est il divisible par 2; 3; 5 ou 9 ?

- ✓ Le nombre 2 781 n'est pas pair donc, il n'est pas divisible par 2.
- ✓ Pour savoir si il est divisible par 3 et 9, on additionne tous ses chiffres : $2 + 7 + 8 + 1 = 18$
18 est divisible par 3 et par 9. Donc 2 781 est divisible par 3 et par 9.
- ✓ 2 781 ne se termine ni par 0 ni par 5, il n'est donc pas divisible par 5.

3) Reconnaitre un nombre premier**Activité 6****Définition :**

On dit qu'un nombre entier naturel est premier lorsqu'il possède exactement deux diviseurs positifs différents : 1 et lui-même.

Remarques :

0 n'est pas un nombre premier car il possède une infinité de diviseurs.

le nombre 1 n'est pas un nombre premier car il possède un seul diviseur : lui même.

Propriété admise :

Il existe une infinité de nombres premiers.

Annexe 5

Exemple :

567 est il premier ?

On recherche si 567 admet d'autres diviseurs que 1 et lui même.

On utilise d'abord les critères de divisibilité.

567 est impair, il n'est donc pas divisible par 2.

567 est il divisible par 3 et/ou 9 ?

On calcul la somme de ses chiffres : $5 + 6 + 7 = 18$

18 est divisible par 3 et par 9. Donc 567 est divisible par 3 et par 9.

On peut conclure que 567 n'est pas un nombre premier.